

國立高雄大學九十五學年度轉學招生考試試題

科目：工程數學

系所：土木與環境工程學系三年級

可

使用計算機

考試時間：90 分鐘

本科原始成績：滿分 100 分

否

1. 求下列微分方程式之通解

(a)  $(3y^2 - x^2)dx = 2xydy$  (10%)

(b)  $\frac{d^2 y}{dx^2} = x \left( \frac{dy}{dx} \right)^3$  (10%)

(c)  $\frac{d^4 y}{dx^4} + 2 \frac{d^2 y}{dx^2} + y = 0$  (10%)

(d)  $\frac{d^2 y}{dx^2} - y = \sin x$  (10%)

2. 利用 Laplace 轉換求下列微分方程式之解 (15%)

$$\frac{dx}{dt} - y = e^t$$

$$\frac{dy}{dt} + x = \sin t$$

初始條件:  $x(0) = 1, y(0) = 0$

3. 利用分離變數法(separation of variable)求解下列偏微分方程 (15%)

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 ; \quad 0 < x < L, \quad t \geq 0$$

邊界條件:  $u(x=0, t) = 0, u(x=L, t) = 0$

初始條件:  $u(x, t=0) = \sin\left(\frac{3\pi x}{L}\right) + 5 \sin\left(\frac{6\pi x}{L}\right), \frac{\partial u}{\partial t}(x, t=0) = 0$

4. 求下列矩陣 A 之特徵值(eigenvalue)與對應之特徵向量(eigenvector) (15%)

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$$

5. 利用高斯散度定理  $\iint_S \vec{F} \cdot \hat{n} dA = \iiint_R \nabla \cdot \vec{F} dV$  求曲面積分  $\iint_S \vec{F} \cdot \mathbf{n} dA$  之值，其中  $\mathbf{n}$  為曲面 S 之

單位法向量(unit normal vector)； $\mathbf{F} = x\hat{i} + z\hat{j} + y\hat{k}$ ；R 為由曲面  $z = x^2 + y^2$  及  $z = 4$  所圍之封閉區域，S 為 R 之邊界。(15%)